|  |
| --- |
| Agnieszka Kamińska  Dorota Ponczek |
| Program nauczaniamatematykidla liceum/technikum MATeMAtyka |
| logoNE_rgb  © Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.  Warszawa 2024 |

Spis treści

Wstęp do programu nauczania 3

Podział treści nauczania i wymagania szczegółowe w poszczególnych klasach 8

Propozycja metod kontroli i oceny osiągnięć 43

Osiągnięcia konieczne absolwenta szkoły liceum/technikum 48

Ramowy rozkład materiału w liceum 50

Ramowy rozkład materiału w technikum 52

Podstawa programowa 2024 znajduje się na stronie dlanauczyciela.pl

Wstęp do programu nauczania

W przekonaniu autorów programu *MATeMAtyka –* doświadczonych nauczycieli praktyków – program nauczania w liceum/technikum poza realizacją zapisów z podstawy programowej powinien uwzględniać zróżnicowane potrzeby uczniów tychże placówek. Należy zwrócić uwagę na konieczność równoczesnej pracy z uczniami uzdolnionymi matematycznie oraz tymi o przeciętnych zdolnościach. Z jednej strony mamy uczniów biorących pod uwagę kierunki studiów, na których przedmioty ścisłe są kluczowe. W ich wypadku gruntowna, wielopoziomowa realizacja treści zawartych w podstawie programowej odgrywa niezwykle istotną rolę i daje podstawy do dalszego rozwoju w tym kierunku. Drugą grupę stanowią uczniowie, których głównym celem w zakresie edukacji matematycznej jest zdanie obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie podstawowym. Autorzy podstawy programowej zwracają dodatkowo uwagę na fakt, że podręcznik powinien dawać nauczycielowi narzędzia do realizacji celów ogólnych.

Program *MATeMAtyka* jest przeznaczony dla wszystkich szkół ponadpodstawowych, w których edukacja matematyczna kończy się maturą.

Korzystanie z serii *MATeMAtyka* pozwala uczniowi opanować na wysokim poziomie treści z podstawy programowej zarówno w zakresie podstawowym, jak i rozszerzonym. W klasie pierwszej zakłada się sprawdzenie poziomu wiedzy i wyrównanie ewentualnych zaległości w opanowaniu treści i umiejętnościach uczniów, którzy skończyli różne szkoły podstawowe. Z kolei w klasie czwartej dość dużo czasu przeznaczono na powtórzenie i utrwalenie wiadomości przed egzaminem maturalnym. Dodatkowo istotną zaletą prezentowanego programu jest możliwość podjęcia przez ucznia ostatecznej decyzji dotyczącej wyboru zakresu nauczania matematyki nawet po ukończeniu klasy pierwszej – działy przewidziane do realizacji w klasie pierwszej są w dużym stopniu zbieżne dla obydwu zakresów, przy czym w rozszerzeniu przewidziano więcej zadań o zwiększonym stopniu trudności.

Korzystanie z serii *MATeMAtyka* pozwala na satysfakcjonujące, twórcze i efektywne zgłębianie wiedzy każdemu uczniowi bez względu na poziom zaawansowania. Przystępne wprowadzanie nowych treści, rozwiązane przykłady, proste ćwiczenia oraz ułożone zgodnie ze wzrastającym stopniem trudności zadania ułatwiają uczniowi pracę na lekcjach i w domu. Każdy dział zamykają *Zestawy powtórzeniowe*, które umożliwiają usystematyzowanie oraz ugruntowanie przyswojonej wiedzy. Dla uczniów zainteresowanych pogłębianiem wiedzy matematycznej przeznaczone są *Zagadnienia uzupełniające*. W podręcznikach znajdują się także zadania typu maturalnego *Przed obowiązkową maturą z matematyki*, które oswajają ucznia z formułą egzaminu maturalnego.

Dla nauczyciela matematyki realizującego omawiany program istotny jest fakt, że autorzy programuuwzględnili zapis podstawy programowej dotyczący korelacji w szkolnym nauczaniu matematyki z fizyką, informatyką, geografia i chemią. Program stosuje się do zalecanego czasu realizacji treści nauczania określonych w działach: I pkt 9 (logarytmy), V pkt 14, V pkt 1 (pojęcie funkcji) i V pkt 5 (funkcje liniowe), V pkt 11 (funkcje kwadratowe) i V pkt 13 (proporcjonalność odwrotna), VI pkt 2 (obliczanie początkowych wyrazów ciągów określonych rekurencyjnie) ze względu na ich wykorzystanie na innych przedmiotach przyrodniczych. Ponadto w prezentowanym programie uwzględniono zastosowanie nowoczesnych technologii (kalkulatora graficznego, komputera, tablicy multimedialnej). Dzięki programowi *MATeMAtyka* nauka matematyki, kojarzona przez niektórych uczniów tylko z rozwiązywaniem zadań, może stać się fascynującym i twórczym doświadczeniem, które daje satysfakcję zarówno uczniowi, jak i nauczycielowi.

**Obudowa dydaktyczna programu**

W skład serii wchodzą:

* podręczniki,
* zbiory zadań,
* karty pracy,
* książki dla nauczyciela,
* materiały dydaktyczne w wersji elektronicznej, dostępne na portalu dlanauczyciela.pl,
* generatory testów.

**Budowa podręcznika dla ucznia**

Każdy rozdział rozpoczyna się stroną tytułową ze zdjęciem i ciekawostką z nim związaną. W każdym rozdziale zainteresowany uczeń znajdzie wiele ciekawostek oraz osobny temat zawierający zagadnienia uzupełniające. Każdy rozdział kończą dwa zestawy zadań i test powtórzeniowy oraz zestaw *Przed obowiązkową maturą z matematyki* złożony z zadań typu egzaminacyjnego.

Dodatkowo podręcznik dla klasy czwartej zawiera zestawy egzaminacyjne.

**Budowa książki dla nauczyciela**

Książka dla nauczyciela ma taki sam układ jak podręcznik dla ucznia. Umieszczone na szerokich marginesach odpowiedzi do ćwiczeń i zadań, rozwiązania i wskazówki metodyczne uzupełniają treści z podręcznika.

**Ogólne cele kształcenia**

Ważnym celem nauczania matematyki w liceum i technikum jest wyposażenie przyszłego absolwenta w umiejętności matematyczne niezbędne do sprostania wymogom egzaminu maturalnego z matematyki na wybranym przez niego poziomie. Dodatkowo zakres podstawowy powinien dać absolwentowi umiejętności przydatne w codziennym życiu, zaś zakres rozszerzony – stworzyć solidny fundament do kontynuowania nauki na studiach wyższych. Nauczanie matematyki w sposób szczególny stymuluje rozwój intelektualny ucznia, m.in. wpływa na wykształcenie:

* umiejętności czytania ze zrozumieniem tekstu, w tym zawierającego dane statystyczne prezentowane w różny sposób;
* umiejętności logicznego myślenia i argumentowania;
* nawyku krytycznej analizy informacji;
* umiejętności formułowania hipotez i ich uzasadniania;
* wyobraźni przestrzennej;
* umiejętności planowania strategii rozwiązania problemu;
* umiejętności wykorzystywania narzędzi matematycznych w życiu codziennym, budowania modelu matematycznego dla danego kontekstu praktycznego.

**Cele wychowawcze programu nauczania**

Istotną część nauczania stanowi proces wychowania. W nauczaniu matematyki szczególnie eksponowane są cele wychowawcze:

* przygotowanie do życia we współczesnym świecie, ze szczególnym uwzględnieniem korzystania z technik informacyjnych i komunikacyjnych;
* rozwój cech sprzyjających dalszemu rozwojowi indywidualnemu i społecznemu, takich jak: uczciwość, odpowiedzialność, wytrwałość, poczucie własnej wartości, szacunek dla innych, ciekawość poznawcza, kreatywność, przedsiębiorczość;
* rozwijanie umiejętności logicznego myślenia i wyciągania wniosków;
* wdrażanie do formułowania uzasadnień i weryfikacji własnych poglądów wobec racjonalnych argumentów;
* wykształcenie nawyku dobrej organizacji, planowania, a następnie wykonania pracy z należytą starannością i dokładnością;
* kształcenie poczucia odpowiedzialności za wykonanie podjętych zadań;
* rozwijanie umiejętności współpracy w zespole;
* wykształcenie nawyku dbałości o kulturę i precyzję wypowiedzi;
* wykształcenie postaw sprzyjających samokształceniu.

**Procedury osiągania celów**

Do osiągnięcia zaprezentowanych celów kształcenia i wychowania najbardziej przydatne są następujące procedury:

* stopniowanie trudności;
* indywidualizacja nauczania, podejmowanie działań wspomagających rozwój każdego ucznia oraz rozwój grupy jako całości, zwracanie uwagi na uczniów z dysfunkcjami, wspieranie uczniów zdolnych;
* motywowanie uczniów do różnego rodzaju działalności matematycznej;
* stwarzanie sytuacji problemowych;
* wykorzystywanie urządzeń technicznych typu: kalkulator, kalkulator graficzny, komputer (w miarę możliwości jak najczęściej);
* wykorzystywanie technik informacyjnych;
* odczytywanie i interpretacja informacji z tabel, diagramów i wykresów;
* samodzielne sporządzanie tabel, diagramów i wykresów;
* utrwalanie i powtarzanie nabytych wiadomości i umiejętności;
* stosowanie różnych metod pracy;
* informowanie o postępach ucznia.

# Podział treści nauczania i wymagania szczegółowe w poszczególnych klasach

W poniższych tabelach:

**Gwiazdką\*** oznaczono te hasła i wymagania, które są rozszerzeniem podstawy programowej dla zakresu podstawowego; te hasła, które są również rozszerzeniem dla zakresu rozszerzonego, dodatkowo wyróżniono **pogrubioną czcionką**. Nauczyciel może je realizować jedynie wówczas, gdy nie przeszkodzi to w opanowaniu przez uczniów materiału podstawowego. Opanowanie tych treści nie jest konieczne do kontynuowania nauki w klasach wyższych, ma na celu jedynie uzupełnienie wiedzy i umiejętności związanych z omawianym zagadnieniem z podstawy programowej.

**Kursywą** wyróżniono hasła i wymagania realizowane w szkole podstawowej, które należy powtórzyć i utrwalić przed przystąpieniem do wprowadzenia nowego materiału, aby umożliwić uczniowi łagodne przejście do kolejnego etapu nauczania matematyki, zniwelować różnice wynikające z faktu, że w jednej klasie spotkają się absolwenci różnych szkół podstawowych.

Materiał nauczania podzielono w podstawie programowej na następujące działy:

1. Liczby rzeczywiste.
2. Wyrażenia algebraiczne.

III. Równania i nierówności.

IV. Układy równań.

V. Funkcje.

VI. Ciągi.

VII. Trygonometria.

VIII. Planimetria.

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.

X. Stereometria.

XI. Kombinatoryka.

XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka.

XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.

**ZAKRES PODSTAWOWY**

**Klasa I (90 h)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hasła programowe** | **Wymagania szczegółowe. Uczeń:** |
| I. Liczby rzeczywiste | |
| * *Liczby naturalne* | * podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych; * stosuje cechy podzielności liczby; * podaje dzielniki danej liczby naturalnej; * wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych; * oblicza NWD i NWW dwóch liczb naturalnych; * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia, np.: dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych oraz dowód własności: jeżeli liczba przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3, to nie jest kwadratem liczby całkowitej. |
| * *Liczby całkowite, liczby wymierne* | * rozpoznaje wśród podanych liczb liczby całkowite i liczby wymierne; * oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych); * stosuje powszechnie przyjęte oznaczenia zbiorów liczbowych, a w szczególności: dla liczb całkowitych symbol **Z**, dla liczb wymiernych **Q**. |
| * Liczby niewymierne | * wskazuje wśród podanych liczb liczby niewymierne; * szacuje wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby niewymierne; * wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie muszą być liczbami niewymiernymi, * przeprowadza dowody, np. że liczba jest niewymierna, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną. |
| * *Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej* | * wskazuje wśród liczb podanych w postaci dziesiętnej liczby wymierne oraz niewymierne; * wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych; * wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w liczbie podanej w postaci rozwinięcia dziesiętnego okresowego; * przedstawia liczbę podaną w postaci ułamka dziesiętnego (skończonego lub nieskończonego okresowego) jako ułamek zwykły. |
| * *Pierwiastek z liczby nieujemnej* | * oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej; * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka; * włącza czynnik pod znak pierwiastka; * wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach. |
| * *Pierwiastek sześcienny, pierwiastek nieparzystego stopnia* | * oblicza wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej; * wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb rzeczywistych, stosując prawa działań na pierwiastkach. |
| * Potęga o wykładniku całkowitym | * oblicza wartość potęgi liczby o wykładnikach: naturalnym i całkowitym ujemnym; * stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń; * stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładniku całkowitym do upraszczania wyrażeń algebraicznych. |
| * Potęga o wykładniku wymiernym | * zapisuje liczby w postaci potęgi o wykładniku wymiernym; * oblicza potęgi liczby dodatniej o wykładniku wymiernym; * stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładniku wymiernym do upraszczania wyrażeń algebraicznych; * porównuje wartości potęg o tej samej podstawie; * udowadnia własności potęg. |
| * Logarytm i jego własności | * stosuje definicję logarytmu do obliczania jego wartości; * stosuje w obliczeniach twierdzenie o na logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu i logarytmie potęgi o wykładniku naturalnym; * udowadnia niewymierność wskazanych liczb, np. . |
| * *Procenty* | * wykonuje obliczenia procentowe: oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba, wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent, zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent. |
| * **Zbiory** | * **posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony;** * **wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące;** * **opisuje dany zbiór słownie i symbolem;** * **określa relację zawierania zbiorów.** |
| * **Działania na zbiorach** | * **wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów;** * **przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach.** |
| * Przedziały | * rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, ograniczony, nieograniczony; * zaznacza przedział na osi liczbowej; * odczytuje i zapisuje symbolem przedział zaznaczony na osi liczbowej; * wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki. |
| * **Działania na przedziałach** | * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej; * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolem. |
| * Wartość bezwzględna | * oblicza wartość bezwzględną danej liczby; * stosuje interpretacje geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej; * rozwiązuje równania typu . |
| II. Wyrażenia algebraiczne | |
| * Wyrażenia algebraiczne | * mnoży sumy algebraiczne; * wyłącza jednomian przed nawias; * wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do opisu zależności; * stosuje działania na wyrażeniach algebraicznych do dowodzenia np. podzielności, rozwiązywania równań. |
| * Wzory skróconego mnożenia  oraz | * przekształca wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; * stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci ; * usuwa niewymierność z mianownika ułamka; * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia własności liczb. |
| III. Równania i nierówności | |
| * *Rozwiązanie równania liniowego* | * sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania; * rozpoznaje równania liniowe sprzeczne i tożsamościowe oraz podaje ich zbiór rozwiązań; * stosuje przekształcenia równoważne do wyznaczenia rozwiązania równania. |
| * Nierówności liniowa z jedną niewiadomą | * sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności; * przekształca nierówności w sposób równoważny; * rozpoznaje nierówności liniowe sprzeczne i tożsamościowe oraz podaje ich zbiór rozwiązań; * zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału. |
| IV. Układy równań | |
| * Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi | * sprawdza, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań; * rozwiązuje układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i przeciwnych współczynników; * określa, czy dany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny; * stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych. |
| * Interpretacja geometryczna układu  równań liniowych | * podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych; * rozwiązuje metodą graficzną układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi. |
| V. Funkcje | |
| * Pojęcie funkcji | * określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, grafu, wykresu, opisu słownego; * podaje dziedzinę funkcji, zbiór wartości, miejsce zerowe; * szkicuje wykresy funkcji; * oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. |
| * Szkicowanie wykresu funkcji | * szkicuje wykres funkcji, uwzględniając jej dziedzinę; * szkicuje wykres funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach. |
| * Własności funkcji | * odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak; argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą); * odczytuje z wykresu, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje: daną wartość; wartości mniejsze, nie mniejsze, większe i nie większe od danej liczby. |
| * Przekształcenia wykresów funkcji | * na podstawie wykresu funkcji *y* = *f*(*x*) szkicuje wykresy funkcji *y = f*(*x – p*); * *y = f*(*x*) *+ q*. |
| * Proporcjonalność odwrotna | * wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i wyznacza współczynnik proporcjonalności; * szkicuje wykres funkcji dla danego *a* > 0 i *x* > 0; * korzysta ze wzoru i wykresu funkcji do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym). |
| * Funkcja liniowa | * rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru; * wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie; * interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; * wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym). |
| * Funkcja kwadratowa (postać ogólna  i kanoniczna) | * szkicuje wykres funkcji kwadratowej zapisanej wzorem; * wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; * interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej. |
| VI. Planimetria | |
| * *Kąty w trójkącie* | * klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów; * stosuje przy rozwiązywaniu zadań twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta. |
| * Punkty specjalne w trójkącie | * wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności. |
| * *Trójkąty przystające* | * rozpoznaje trójkąty przystające oraz stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania różnych problemów. |
| * Trójkąty podobne | * rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów; * stosuje podobieństwo trójkątów do dowodzenia twierdzeń, w tym do uzasadnienia twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie; * przeprowadza dowód twierdzenia o odcinkach w trójkącie prostokątnym. |
| * Wielokąty podobne | * wykorzystuje przy rozwiązywaniu zadań zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa. |
| * Twierdzenie Talesa | * stosuje twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków. |
| VII. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej | |
| * Równanie prostej na płaszczyźnie | * wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); * bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; * wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; * oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych; * rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje. |

**ZAKRES PODSTAWOWY**

**Klasa II (120 h)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hasła programowe** | **Wymagania szczegółowe. Uczeń:** |
| I. Wyrażenia algebraiczne | |
| * Wielomiany | * dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych; * rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, wyłączając wspólny czynnik przed nawias. |
| * Wyrażenia wymierne | * określa dziedzinę wyrażenia wymiernego; * mnoży i dzieli wyrażenia wymierne. |
| II. Równania i nierówności | |
| * Równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą | * rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki; * rozwiązuje równanie kwadratowe, korzystając ze wzorów; * interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego; * stosuje związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniej funkcji kwadratowej do rozwiązywania nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą. |
| * Równania wielomianowe | * korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań wielomianowych, w tym rozkładając wielomian na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub z stosując wzory skróconego mnożenia. |
| * Równania wymierne | * rozwiązuje równania wymierne przekształcając w sposób równoważny równanie, typu . |
| III. Funkcje | |
| * Funkcja kwadratowa (postać ogólna,  kanoniczna i iloczynowa) | * szkicuje wykres funkcji kwadratowej zapisanej wzorem; * wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; * interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje); * wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale  domkniętym; * wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym); * uzasadnia wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego. |
| IV. Optymalizacja | |
| * Funkcja kwadratowa | * wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień optymalizacyjnych geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym). |
| V. Trygonometria | |
| * Definicje funkcji trygonometrycznych | * wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°; * korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych  z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); * oblicza miarę kąta ostrego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną). |
| * Związki między funkcjami trygonometrycznymi | * stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:  sin² *α* + cos² *α* = 1, ; * znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta wypukłego. |
| VI. Planimetria | |
| * Trójkąty prostokątne | * stosuje przy rozwiązywaniu zadań twierdzenie Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego; * stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i przeprowadza jego  dowód. |
| * Zastosowania trygonometrii w planimetrii | * rozwiązuje trójkąty prostokątne z zastosowaniem trygonometrii; * korzysta z własności funkcji trygonometrycznych podczas obliczeń geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta, gdy dane są jego dwa boki i kąt między  nimi; * wyprowadza i stosuje wzór na pole trójkąta . |
| * Wielokąty foremne | * rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności. |
| * Czworokąty | * korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach. |
| * Kąty środkowe i kąty wpisane | * rozpoznaje kąty środkowe i kąty wpisane; * stosuje zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym opartym na tym  samym łuku; * stosuje zależność między kątami wpisanymi w ten sam okrąg opartymi na równych łukach; * stosuje twierdzenie o kącie między styczną i cięciwą; * wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa; * przeprowadza dowody twierdzeń o kątach w okręgu; * stosuje wzory na długość łuku okręgu i pole wycinka koła. |
| * Okrąg opisany na trójkącie i okrąg  wpisany w trójkąt | * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt; * przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je. |
| * Twierdzenie cosinusów | * stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kata wewnętrznego leży dłuższy bok; * znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia cosinusów; * udowadnia twierdzenie cosinusów. |

**ZAKRES PODSTAWOWY**

**Klasa III (90 h)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hasła programowe** | **Wymagania szczegółowe. Uczeń:** |
| I. Liczby rzeczywiste | |
| * Potęga o wykładniku wymiernym | * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych. |
| * Potęga o wykładniku rzeczywistym | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach; * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z własności potęgowania; * wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w innych dziedzinach, np. fizyce, chemii czy informatyce). |
| * Logarytm. Logarytm dziesiętny | * wykorzystuje definicję logarytmu; * stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi; * udowadnia niewymierność wskazanych liczb, np. log25. |
| II. Funkcje | |
| * Funkcja wykładnicza | * szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; * posługuje się funkcjami wykładniczymi, aby opisać zjawiska fizyczne, chemiczne, a także wykorzystuje je w kontekście praktycznym. |
| * Funkcja logarytmiczna | * szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; * posługuje się funkcjami logarytmicznymi, aby opisać zjawiska fizyczne, chemiczne, a także wykorzystuje je w kontekście praktycznym; * posługuje się pojęciem logarytmu w zadaniach związanych np. ze skalą Richtera, skalą pH. |
| III. Ciągi | |
| * Pojęcie ciągu | * wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów; * wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie; * szkicuje wykres ciągu; * wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym. |
| * Ciągi określone rekurencyjnie | * oblicza początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie. |
| * Monotoniczność ciągu | * bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji; * wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym. |
| * Ciąg arytmetyczny | * bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny; * stosuje i udowadnia wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. |
| * Ciąg geometryczny | * bada, czy dany ciąg jest geometryczny; * stosuje i udowadnia wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. |
| * Ciągi arytmetyczne i geometryczne | * wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, podczas rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym, m.in. zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok), koszty kredytów. |
| IV. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej | |
| * Odległość punktów w układzie współrzędnych, środek odcinka | * oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; * stosuje przy rozwiązywaniu zadań wzór na odległość punktów; * wyznacza współrzędne środka odcinka w układzie współrzędnych; * stosuje przy rozwiązywaniu zadań wzór na współrzędne środka odcinka. |
| * Równanie okręgu | * posługuje się równaniem okręgu . |
| * Symetrie w układzie współrzędnych | * znajduje obrazy figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgów i wielokątów) w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej o środku w początku układu współrzędnych. |
| V. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka | |
| * Odczytywanie i interpretacja danych  statystycznych | * oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, wyznacza medianę i dominantę; * wykorzystuje przy rozwiązywaniu zadań średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i dominantę. |

**ZAKRES PODSTAWOWY**

**Klasa IV (100 h)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hasła programowe** | **Wymagania szczegółowe. Uczeń:** |
| I. Kombinatoryka | |
| * Reguła mnożenia, reguła dodawania | * zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności; * **stosuje permutacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń podczas  rozwiązywania zadań z kombinatoryki.** |
| II. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka | |
| * Prawdopodobieństwo klasyczne | * oblicza prawdopodobieństwo, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa. |
| III. Stereometria | |
| * Proste i płaszczyzny w przestrzeni | * rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się; * wskazuje w wielościanach proste prostopadłe, równoległe i skośne; * wskazuje w wielościanach rzut prostokątny danego odcinka. |
| * Graniastosłupy | * sporządza rysunek graniastosłupa wraz z oznaczeniami; * oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa. |
| * Ostrosłupy | * sporządza rysunek ostrosłupa wraz z oznaczeniami; * oblicza pole powierzchni i objętość ostrosłupa. |
| * Kąt między prostą a płaszczyzną,  kąt dwuścienny | * posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta  dwuściennego; * rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów; * rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów; * rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów. |
| * Bryły obrotowe | * oblicza pola powierzchni i objętości brył obrotowych; * wskazuje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów. |
| * Bryły podobne | * stosuje zależność między objętościami brył podobnych. |
| * Zastosowania trygonometrii w stereometrii | * stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych. |

**ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY  
Klasa I (120 h)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hasła programowe** | **Wymagania szczegółowe. Uczeń:** |
| I. Liczby rzeczywiste | |
| * *Liczby naturalne* | * podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych; * stosuje cechy podzielności liczby; * podaje dzielniki danej liczby naturalnej; * wykonuje dzielenie z resztą liczb naturalnych; * oblicza NWD i NWW dwóch liczb naturalnych; * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia, np.: dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych oraz dowód własności: jeżeli liczba przy dzieleniu przez 4 daje resztę 3, to nie jest kwadratem liczby całkowitej. |
| * *Liczby całkowite, liczby wymierne* | * rozpoznaje wśród podanych liczb liczby całkowite i liczby wymierne; * oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych). |
| * Liczby niewymierne | * wskazuje wśród podanych liczb liczby niewymierne; * szacuje wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby niewymierne; * wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie muszą być liczbami niewymiernymi; * przeprowadza dowody, np. że liczba jest niewymierna, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną. |
| * *Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej* | * wskazuje wśród liczb podanych w postaci dziesiętnej liczby wymierne oraz  niewymierne; * wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych; * wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w liczbie podanej w postaci rozwinięcia dziesiętnego okresowego; * przedstawia liczbę podaną w postaci ułamka dziesiętnego (skończonego lub nieskończonego okresowego) jako ułamek zwykły; * podaje przybliżenia liczb z podaną dokładnością i określa błąd tego przybliżenia. |
| * *Pierwiastek z liczby nieujemnej* | * oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej; * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka; * włącza czynnik pod znak pierwiastka; * wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach. |
| * *Pierwiastek sześcienny, pierwiastek nieparzystego stopnia* | * oblicza wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej; * wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb rzeczywistych, stosując prawa działań na pierwiastkach. |
| * Potęga o wykładniku całkowitym | * oblicza wartość potęgi liczby o wykładnikach: naturalnym i całkowitym ujemnym; * stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń; * stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych. |
| * *Notacja wykładnicza* | * zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej; * wykonuje działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej. |
| * Potęga o wykładniku wymiernym | * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych; * udowadnia własności potęg. |
| * Logarytm i jego własności | * stosuje definicję logarytmu do obliczania jego wartości; * stosuje w obliczeniach twierdzenie o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu i logarytmie potęgi o wykładniku naturalnym. |
| * *Procenty* | * wykonuje obliczenia procentowe: oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba, wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent, zmniejsza i zwiększa liczbę  o dany procent; * **interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego;** * oblicza np. podatki, zyski z lokat. |
| * Wartość bezwzględna | * oblicza wartość bezwzględną danej liczby; * stosuje interpretacje geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej. |
| * Własności wartości bezwzględnej | * stosuje podstawowe własności wartości bezwzględnej; * korzystając z własności wartości bezwzględnej, upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną. |
| * **Zbiory** | * **posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony;** * **wymienia elementy danego zbioru oraz elementy nienależące do niego;** * **opisuje dany zbiór słownie i symbolem;** * **określa relację zawierania zbiorów.** |
| * **Działania na zbiorach** | * **wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów;** * **przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach.** |
| * Przedziały liczbowe | * rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, ograniczony, nieograniczony; * zaznacza przedział na osi liczbowej; * odczytuje i zapisuje symbolem przedział zaznaczony na osi liczbowej; * wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki. |
| * **Działania na przedziałach** | * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej; * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolem. |
| II. Wyrażenia algebraiczne | |
| * Wyrażenia algebraiczne | * mnoży sumy algebraiczne; * wyłącza jednomian przed nawias; * wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do opisu zależności; * stosuje działania na wyrażeniach algebraicznych do dowodzenia np. podzielności, rozwiązywania równań. |
| * Wzory skróconego mnożenia  (*a* + *b*)², (*a* – *b*)² oraz *a*² *– b*² | * przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; * stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci ; * usuwa niewymierność z mianownika ułamka; * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń. |
| III. Równania i nierówności | |
| * Rozwiązanie równania, nierówności liniowe | * sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności. |
| * Nierówności liniowe z jedną niewiadomą | * rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą; * zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału; * rozpoznaje nierówności liniowe sprzeczne i tożsamościowe oraz podaje ich zbiór rozwiązań; * rozwiązuje układy nierówności liniowych z jedną niewiadomą; * stosuje nierówności do rozwiązywania zadań tekstowych. |
| * Równania i nierówności z wartością  bezwzględną | * rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną; * rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej. |
| * Równania i nierówności liniowe  z parametrem | * przeprowadza analizę zadań z parametrem; * zapisuje założenia, dla których zachodzą warunki podane w treści zadania, i wyznacza te wartości parametru, dla których te warunki są spełnione. |
| * Równania kwadratowe z jedną niewiadomą | * rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki; * rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając ze wzorów; * interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego. |
| * Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą | * wykorzystuje związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniej funkcji kwadratowej podczas rozwiązywania nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą. |
| IV. Układy równań | |
| * Algebraiczne metody rozwiązywania układów równań liniowych   z dwiema niewiadomymi | * rozwiązuje układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników; * określa, czy dany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny; * stosuje układy równań podczas rozwiązywania zadań tekstowych; * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące układów równań. |
| * Graficzna metoda rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi | * rozwiązuje układ równań metodą graficzną; * wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem dwóch prostych. |
| V. Funkcje | |
| * Sposoby opisywania funkcji | * określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, grafu, wykresu, opisu słownego. |
| * Szkicowanie wykresu funkcji | * szkicuje wykres funkcji, uwzględniając jej dziedzinę; * szkicuje wykres funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach. |
| * Wartość funkcji | * oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu; * posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia,  dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość. |
| * Własności funkcji | * odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca, rosnąca, ma stały znak; argumenty, dla których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą); * rozwiązuje równania i nierówności, korzystając z wykresu funkcji; * uzasadnia z definicji monotoniczność funkcji. |
| * Przekształcenia wykresów funkcji | * na podstawie wykresu funkcji *y* = *f*(*x*) szkicuje wykresy funkcji  *y* = *f*(*x* – p) + *q*, *y* = –*f*(*x*), *y* = *f*(–*x*); * stosuje złożenia przekształceń przy rysowaniu wykresów funkcji. |
| * Proporcjonalność odwrotna | * wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne i wyznacza współczynnik proporcjonalności; * szkicuje wykres funkcji  dla danego *a* > 0 i *x* > 0; * korzysta ze wzoru i wykresu funkcji do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym). |
| * Funkcja liniowa | * rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru; * wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie; * interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; * wykorzystuje własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym). |
| * Funkcja kwadratowa | * szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru; * wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; * interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje); * udowadnia wzór na pierwiastki trójmianu kwadratowego. |
| VI. Planimetria | |
| * *Kąty w trójkącie* | * klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów; * stosuje podczas rozwiązywania zadań twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta. |
| * Punkty szczególne w trójkącie | * wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności; * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczące własności trójkątów, * udowadnia istnienie niektórych punktów szczególnych trójkąta. |
| * *Trójkąty przystające* | * rozpoznaje trójkąty przystające oraz stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania różnych problemów. |
| * Trójkąty podobne | * rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów. |
| * Twierdzenie Talesa i twierdzenie  odwrotne do twierdzenia Talesa | * stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych. |
| * Wielokąty podobne | * wykorzystuje przy rozwiązywania zadań zależności między polami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa. |
| VII. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej | |
| * Wektor w układzie współrzędnych | * zaznacza wektory w układzie współrzędnych; * wyznacza współrzędne początku i końca wektora (przy odpowiednich danych). |
| * Równanie prostej na płaszczyźnie | * wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); * bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; * wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; * oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych. |

**ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY  
Klasa II (150 h)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Hasła programowe** | **Wymagania szczegółowe. Uczeń:** | |
| I. Liczby rzeczywiste | | |
| * Potęga o wykładniku rzeczywistym | | * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach; * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z własności potęgowania; * wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w innych dziedzinach, np.  fizyce, chemii czy informatyce). |
| * Logarytm | | * stosuje wzór na zamianę podstaw logarytmu; * stosuje własności logarytmów |
| II. Wyrażenia algebraiczne | | |
| * Wzory skróconego mnożenia  (*a* + *b*)³, (*a* – *b*)³, *a*³ + *b*³, *a*³ – *b*³  oraz | * przekształca wyrażenie algebraiczne, w tym do postaci iloczynowej, z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia; * stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach zapisanych z użyciem symboli pierwiastków; * usuwa niewymierność z mianownika ułamka. | |
| * Rozkład wielomianu na czynniki | * rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias, oraz metodą grupowania wyrazów. | |
| * Działania na wielomianach | * dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych; * dzieli wielomiany przez dwumian *x* – *a;* * stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian *x* – *a*; * przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci *x* – *a* wraz z algorytmem Hornera. | |
| * Wyrażenia wymierne | * określa dziedzinę wyrażenia wymiernego; * dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne; * mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; * rozszerza i skraca wyrażenia wymierne. | |
| III. Równania i nierówności | | |
| * Równania sprowadzalne do równań  kwadratowych | * rozwiązuje równania sprowadzalne do równań kwadratowych. | |
| * Układy równań drugiego stopnia | * rozwiązuje układy równań prowadzące do równań kwadratowych; * stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej. | |
| * Wzory Viète’a | * stosuje wzory Viète’a; * wyprowadza wzory Viète’a. | |
| * Równania i nierówności kwadratowe  z parametrem | * przeprowadza analizę zadań z parametrem i ustala założenia, dla których zachodzą warunki podane w treści zadania i wyznacza te wartości parametru, dla których te warunki są spełnione. | |
| * Równania wielomianowe | * rozwiązuje równania wielomianowe, stosując metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodę grupowania wyrazów; * stosuje twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych; * rozwiązuje równania wielomianowe dające się sprowadzić do równań kwadratowych; * stosuje twierdzenie Bézouta. | |
| * Nierówności wielomianowe | * rozwiązuje nierówności wielomianowe. | |
| * Równania wymierne | * rozwiązuje równania wymierne. | |
| * Nierówności wymierne | * rozwiązuje nierówności wymierne. | |
| * Równania i nierówności z wartością bezwzględną | * rozwiązuje równania wielomianowe i wymierne z wartością bezwzględną | |
| IV. Optymalizacja | | |
| * Funkcja kwadratowa | * wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień optymalizacyjnych geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym). | |
| V. Funkcje | | |
| * Funkcja kwadratowa | * wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale  domkniętym; * wykorzystuje własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym). | |
| * Funkcja | * szkicuje wykres funkcji dla danego *a*; * korzysta ze wzoru i wykresu funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi. | |
| * **Funkcja homograficzna** | * **szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności;** * **wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej;** * **dowodzi monotoniczności funkcji homograficznej, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja jest monotoniczna w przedziale (−∞, −2);** * **rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej.** | |
| * Funkcja wykładnicza | * szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw; * posługuje się funkcjami wykładniczymi, aby opisać zjawiska fizyczne, chemiczne, a także wykorzystuje je w kontekście praktycznym. | |
| * Funkcja logarytmiczna | * szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; * posługuje się funkcjami logarytmicznymi, aby opisać zjawiska fizyczne, chemiczne, a także wykorzystuje je w kontekście praktycznym. | |
| VI. Planimetria i trygonometria | | |
| * Trójkąty prostokątne | * stosuje twierdzenie Pitagorasa podczas rozwiązywania zadań, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i długości wysokości trójkąta równobocznego; * stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i przeprowadza jego dowód. | |
| * Definicje funkcji trygonometryczne kąta wypukłego | * wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dla  kątów wypukłych; * korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych  z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); * oblicza miarę kąta wypukłego, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną). | |
| * Związki między funkcjami trygonometrycznymi | * stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:  sin² *α* + cos² *α* = 1, oraz sin (90° – *α*) = cos *α*; * znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta wypukłego. | |
| * Zastosowania trygonometrii w planimetrii | * korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych; * stosuje i wyprowadza wzór na pole trójkąta . | |
| * *Pola czworokątów* | * korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach; * oblicza pola i obwody równoległoboku, rombu, trapezu; * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów. | |
| * Kąty środkowe i kąty wpisane | * rozpoznaje kąty środkowe i kąty wpisane; * stosuje zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym opartym na tym  samym łuku; * stosuje zależność między kątami wpisanymi w ten sam okrąg opartymi na równych łukach; * stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą; * przeprowadza dowody twierdzeń o kątach w okręgu; * wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa; * stosuje wzory na długość łuku okręgu i pole wycinka koła. | |
| * Okrąg opisany na trójkącie i okrąg  wpisany w trójkąt | * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego  w trójkąt; * przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je. | |
| * Czworokąty wypukłe | * stosuje własności kątów i przekątnych czworokątów wypukłych do rozwiązywania zadań z planimetrii. | |
| * Okrąg opisany na czworokącie i okrąg wpisany w czworokąt | * stosuje i udowadnia twierdzenia dotyczące czworokątów wpisanych w okrąg i czworokątów opisanych na okręgu. | |
| * Twierdzenie sinusów i cosinusów | * stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok; * znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i cosinusów; * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i cosinusów. | |

**ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY**

**Klasa III (150 h)**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hasła programowe** | **Wymagania szczegółowe. Uczeń:** |
| I. Trygonometria | |
| * Kąt obrotu | * zaznacza w układzie współrzędnych kąt o danej mierze; * wyznacza kąt, mając dany punkt należący do jego końcowego ramienia, i odwrotnie – bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta. |
| * Miara łukowa kąta | * stosuje miarę łukową kąta; * zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie. |
| * Definicje funkcji trygonometrycznych  dowolnego kąta | * wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego). |
| * Funkcje okresowe | * odczytuje okres podstawowy funkcji na podstawie jej wykresu; * szkicuje wykres funkcji okresowej; * stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości. |
| * Wykresy funkcji trygonometrycznych | * szkicuje wykres funkcji trygonometrycznych; * posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań i nierówności; * wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych. |
| * Tożsamości trygonometryczne | * stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi: sin² *α* + cos² *α* = 1, ; * znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta. |
| * Sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy  kątów | * stosuje wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, w tym do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych); * stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego argumentu; * wyprowadza wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów. |
| * Wzory redukcyjne | * stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych kątów o różnych miarach; * wykorzystuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń oraz do udowadniania tożsamości trygonometrycznych. |
| * Równania trygonometryczne | * rozwiązuje równania trygonometryczne (stosując poznane wzory). |
| II. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej | |
| * Odległość punktów w układzie współrzędnych | * oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych; * stosuje wzór na odległość punktów podczas rozwiązywania zadań. |
| * Środek odcinka | * wyznacza współrzędne środka odcinka w układzie współrzędnych; * stosuje wzór na współrzędne środka odcinka podczas rozwiązywania zadań. |
| * **Odległość punktu od prostej** | * **oblicza odległość punktu od prostej;** * **stosuje wzór na odległość punktu od prostej przy rozwiązywaniu zadań z geometrii analitycznej.** |
| * Równanie okręgu | * posługuje się równaniem okręgu ; * **stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej**. |
| * Wzajemne położenie prostej i okręgu | * określa, ile punktów wspólnych mają prosta i okrąg przy danych warunkach; * wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu; * wyznacza równanie prostej stycznej do okręgu. |
| * Wzajemne położenie dwóch okręgów | * wyznacza punkty wspólne dwóch okręgów; * korzysta z własności okręgów stycznych podczas rozwiązywania zadań. |
| * Symetrie w układzie współrzędnych | * znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu. |
| * Wektory | * dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę (również w ujęciu geometrycznym); * interpretuje geometrycznie działania na wektorach; * stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji. |
| III. Ciągi | |
| * Pojęcie ciągu | * wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów; * wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie; * szkicuje wykres ciągu; * wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym. |
| * Monotoniczność ciągu | * bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji; * wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym. |
| * Ciągi określone rekurencyjnie | * wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym. |
| * Ciąg arytmetyczny | * bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny; * stosuje i udowadnia wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. |
| * Ciąg geometryczny | * bada, czy dany ciąg jest geometryczny; * stosuje i udowadnia wzór na *n*-ty wyraz i na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; * stosuje ciąg geometryczny w zadaniach dotyczących procentu składanego, również osadzonych w kontekście praktycznym, m.in. do wyznaczenia zysków z lokat, kosztów kredytów. |
| * Granica ciągu | * oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach; * korzysta z twierdzenia o trzech ciągach do obliczania granic ciągów; * rozpoznaje ciągi rozbieżne. |
| * Szereg geometryczny | * rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne; * stosuje warunek zbieżności do obliczania sum szeregów geometrycznych; * udowadnia wzór skróconego mnożenia na *an* – *bn*. |
| IV. Optymalizacja i rachunek różniczkowy | |
| * Granica funkcji | * oblicza granice funkcji w punkcie i w nieskończoności; * oblicza granice jednostronne; * korzysta z twierdzeń o działaniach na granicach. |
| * Ciągłość funkcji | * bada ciągłość funkcji w punkcie; * korzysta z własności funkcji ciągłych, w tym z własności Darboux. |
| * Pochodna funkcji | * oblicza pochodne funkcji potęgowych o wykładniku rzeczywistym; * oblicza pochodne funkcji, korzystając z twierdzeń o pochodnych sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji; * oblicza pochodną funkcji złożonej; * korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej; * korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji; * znajduje ekstrema funkcji; * bada przebieg zmienności i szkicuje wykresy funkcji; * stosuje pochodną do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych. |

|  |  |
| --- | --- |
| V. Statystyka | |
| * Średnia arytmetyczna, mediana  i dominanta | * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę; * wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę i dominantę podczas rozwiązywania zadań. |
| * Średnia ważona | * oblicza średnią ważoną (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych. |

**ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY**

**Klasa IV (168 h)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Hasła programowe** | **Wymagania szczegółowe. Uczeń:** | |
| I. Kombinatoryka | | |
| * Reguła mnożenia, reguła dodawania | | * zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania. |
| * Permutacje, wariacje bez powtórzeń  i z powtórzeniami, kombinacje | | * wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji bez powtórzeń i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych. |
| * Wzór dwumianowy Newtona i trójkąt  Pascala | | * stosuje własności trójkąta Pascala i symbolu Newtona; * uzasadnia z zastosowaniem symbolu Newtona własności dotyczące tożsamości kombinatorycznych; * stosuje i udowadnia wzory (*a* + *b*)*n*, (*a* – *b*)*n*. |
| II. Rachunek prawdopodobieństwa | | |
| * Klasyczna definicja prawdopodobieństwa | | * oblicza prawdopodobieństwo, stosując definicję klasyczną prawdopodobieństwa. |
| * Własności prawdopodobieństwa | | * oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego; * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń; * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń. |
| * Prawdopodobieństwo warunkowe | | * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe. |
| * Twierdzenie o prawdopodobieństwie  całkowitym i wzór Bayesa | | * korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym podczas rozwiązywania zadań; * stosuje wzór Bayesa podczas rozwiązywania zadań. |
| * Schemat Bernoullego | | * stosuje schemat Bernoullego podczas rozwiązywania zadań; |
| III. Stereometria | | |
| * Proste i płaszczyzny w przestrzeni | | * rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się. * wskazuje w wielościanach proste prostopadłe, równoległe i skośne; * wskazuje w wielościanach rzut prostokątny danego odcinka. |
| * Graniastosłupy | | * sporządza rysunek graniastosłupa wraz z oznaczeniami; * oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa. |
| * Ostrosłupy | | * sporządza rysunek ostrosłupa wraz z oznaczeniami; * oblicza pole powierzchni i objętości ostrosłupów. |
| * Kąt między prostą a płaszczyzną,  kąt dwuścienny | | * posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta  dwuściennego; * rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), oblicza miary tych kątów; * rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów; * rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów; * stosuje twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny oraz o trzech prostych prostopadłych; * przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny oraz twierdzenia o trzech prostych prostopadłych. |
| * Przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych | | * wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych płaszczyznami; * oblicza pola przekroju, również z zastosowaniem trygonometrii. |
| * Bryły obrotowe | | * oblicza pola powierzchni i objętości brył obrotowych; * wskazuje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów. |
| * Bryły podobne | | * stosuje zależność między objętościami brył podobnych. |
| * Zastosowania trygonometrii w stereometrii | | * stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych. |
| * Zagadnienia optymalizacyjne | | * stosuje pochodną funkcji do zadań optymalizacyjnych ze stereometrii. |

# Propozycja metod kontroli i oceny osiągnięć

Systematyczne ocenianie efektów pracy zarówno ucznia, jak i nauczyciela jest koniecznym oraz nieodłącznym elementem każdego programu szkolnego, mającego przynosić zaplanowane i oczekiwane wyniki. Każda szkoła, zależnie od realiów, w których funkcjonuje, musi jednak najpierw odpowiedzieć sobie na pytanie, jakich wyników się spodziewa. Odpowiedzi te w przypadku szkół pracujących w zupełnie odmiennych warunkach regionalnych i środowiskowych mogą być diametralnie rożne. Proponowana koncepcja zakłada ujednolicenie szkolnej metody prezentacji oceny śródrocznego oraz statutowe przyznanie nauczycielom wolności wyboru sposobu oceniania   
śródsemestralnego.

W proponowanej koncepcji zakłada się, że uczeń poddawany jest ocenianiu trojakiego rodzaju: systemowemu, szkolnemu i nauczycielskiemu. Wszystkie te trzy rodzaje oceniania są ze sobą powiązane i sobie podporządkowane.

* Ocenianie systemowe jest niezależne od szkoły. Zewnętrzny system oceniania wyznacza jednak cele pracy z uczniem, gdyż oczekuje się od niego zdawania rożnego rodzaju egzaminów stanowiących przepustkę do szkół wyższych szczebli. Praca szkoły jest postrzegana przez wyniki uczniów na egzaminach. Zależnie od tego, czy i w jakim stopniu dana dziedzina jest obecna na obowiązujących aktualnie egzaminach zewnętrznych, ocenianiu systemowemu podporządkowane są w mniejszym lub większym stopniu dwa pozostałe rodzaje oceniania.
* Ocenianie szkolne sytuuje się pomiędzy ocenianiem nauczycielskim a systemowym. Ma na celu przygotowanie ucznia do oceniania zewnętrznego, a jednocześnie jest syntezą stosowanych w szkole nauczycielskich metod oceniania i wpływa na każdy nauczycielski system wystawiania ocen. Wykorzystuje przyjęte w szkole sposoby informowania rodziców i uczniów o wynikach nauki oraz metody szkolnego analizowania i porównywania wyników uczniów, zmierzające do jak najlepszej prognozy wyników oceniania zewnętrznego.
* Ocenianie nauczycielskie odbywa się w klasie lub grupie szkolnej według reguł ustalonych przez nauczyciela na podstawie jego   
  pomysłów i wiedzy.

**Cele oceniania nauczycielskiego**

**Cel I. Informowanie**

Ocena nauczycielska jest przede wszystkim informacją formułowaną na potrzeby: ucznia, rodziców, nauczyciela, szkoły oraz systemu edukacji. Komunikat kierowany do ucznia musi być dla niego zrozumiały. Postępy każdego ucznia muszą być na bieżąco i w sposób jasny dokumentowane dla szkoły (m.in. na wypadek zmiany nauczyciela, zastępstw itp.) jako instytucji odpowiedzialnej za jego kształcenie. Swoje wymogi ma też system edukacji. W przypadku zmiany szkoły przez ucznia ważne jest przekazanie odpisu jego arkusza ocen.

**Cel II. Motywowanie**

Uczniowie powinni być motywowani przede wszystkim poprzez nagradzanie i wspieranie. Najbardziej skuteczna jest motywacja pozytywna i ona powinna dominować. Warto wykorzystywać wszelkie pomysły na zachęcenie uczniów do nauki. Trzeba mieć też świadomość, że poza jasnymi i precyzyjnymi kryteriami na odbiór oceny mają także wpływ jej formy niewerbalne i symboliczne. Sam komunikat słowny, w zależności od tonu głosu, spojrzenia i gestu nauczyciela, może być przez ucznia bardzo różnie odebrany. Nauczyciel musi zwracać uwagę na indywidualną wrażliwość uczniów, na ostrzejszy ton czy gest. Uczeń częściej bowiem odbiera nauczyciela poprzez gesty niż słowa i przekazywane uczniom komunikaty mogą czasem mieć skutki odwrotne od zamierzonych.

**Cel III. Diagnozowanie specjalnych potrzeb edukacyjnych**

W każdej szkole bardzo ważne jest wyłowienie uczniów o specjalnych potrzebach edukacyjnych (np. z dysleksją, dysgrafią, wadami wymowy). Im wcześniej zostanie to wychwycone, tym lepiej dla ich możliwości rozwojowych. Trzeba pamiętać, że rozpoczęcie terapii ma sens nawet wobec uczniów szkoły ponadpodstawowej, np. z dysgrafią, u których wcześniej ten problem zaniedbano.

Ważnym aspektem pracy w szkole ponadpodstawowej jest rozpoznanie potrzeb związanych z uzdolnieniami i dążeniami uczniów.   
Uczniowie przygotowujący się do olimpiad przedmiotowych zasługują na zajęcia dodatkowe pomagające im rozwinąć się w wybranym kierunku. Bardzo ważne jest traktowanie ucznia wybitnie zdolnego i ponadprzeciętnego jako jednostki o specjalnych potrzebach edukacyjnych.

Każdy nauczyciel w ramach swojej pracy jest w stanie i powinien poświęcać uwagę zarówno uczniom mającym trudności, jak i ponadprzeciętnie uzdolnionym. Dla jednych i drugich można przygotowywać ćwiczenia dodatkowe wychodzące naprzeciw ich potrzebom. Diagnozowanie tych potrzeb może odbywać się także dzięki sprawdzianom.

**Cel IV. Przygotowanie do sytuacji egzaminacyjnej**

Do najważniejszego, z punktu widzenia ucznia, oceniania dochodzi w trakcie sytuacji egzaminacyjnej. Obecnie, po zakończeniu każdego rodzaju szkoły, czeka ucznia egzamin. Dlatego warto w czasie trwania nauki organizować sytuacje zbliżone do egzaminacyjnej, aby oswoić uczniów z tym, co ich czeka. Oczywiście w wypadku przedmiotów niesprawdzanych na egzaminach nie jest to konieczne, a jeżeli już tak się dzieje, ma to mniejszy wpływ na ocenianie nauczycielskie. Przedmioty, z których wiadomości są przydatne na egzaminach, na ogół uznawane są w szkole za ważniejsze. Jeśli grupa uczniów przygotowuje się do egzaminu z jakiegoś przedmiotu, praca nauczyciela, w miarę jak egzamin się zbliża, powinna się coraz bardziej na nim koncentrować. Jest to zupełnie naturalne, jeśli szkoła i nauczyciele wychodzą z założenia, że ich celem jest pomóc uczniom w pokonywaniu kolejnych progów edukacji oraz zapewnienie każdemu szansy jak najlepszego dalszego rozwoju. Dobrze zdane egzaminy dają bowiem możliwość wyboru uczelni, na której uczeń chciałby kontynuować naukę, a wymarzony przez ucznia kierunek studiów to szansa na satysfakcjonujący zawód i pracę w przyszłości.

**Cel V. Wdrażanie do realnej samooceny**

Z punktu widzenia przyjętej koncepcji edukacyjnej najważniejsze wydaje się kształtowanie uczniowskiej umiejętności samooceny. Ważne jest również wykształcenie u uczniów systematyczności, odpowiedzialności i samokontroli. Wymagania szkoły powinny być tak określone, by uczeń wiedział, że tego właśnie się od niego oczekuje. Jednak najwyższym stopniem dojrzałości emocjonalnej ucznia – z punktu widzenia szkolnego procesu oceniania – jest umiejętność samooceny: świadomość własnych możliwości i prognoza ich rozwoju. Ocenianiu możliwości i predyspozycji ucznia służą wszelkie działania niesformalizowane, takie jak rozmowy z pedagogiem szkolnym, wychowawcą klasy i pozostałymi nauczycielami. Szkolny system oceniania powinien służyć wdrażaniu uczniów do realnej samooceny. O ostatecznym osiągnięciu tego celu świadczą trafny, zgodny z możliwościami i zainteresowaniami wybór przedmiotów maturalnych oraz samodzielne, odpowiedzialne i skuteczne przygotowywanie się ucznia do egzaminów.

**Propozycja systemu nauczycielskiego oceniania za pomocą stopni**

1. Obowiązująca skala ocen: od 1 do 6.
2. Ocenie stopniami od 1 do 6 podlegają:

* krótkie sprawdziany – mogą być niezapowiedziane, z 2–3 ostatnich tematów, 6–8 sprawdzianów w trakcie półrocza;
* prace klasowe – zapowiedziane, 2–3 prace w półroczu; ocenę niedostateczną z pracy klasowej można poprawić w trakcie konsultacji, w ciągu dwóch tygodni po otrzymaniu stopnia. Jeżeli uczeń nie pisał pracy klasowej, powinien napisać ją po powrocie do szkoły, w trakcie konsultacji, w ustalonym terminie.

Można przyjąć następujący system przeliczania na ocenę punktów uzyskanych z pracy:

|  |  |
| --- | --- |
| Procent maksymalnej liczby punktów  możliwych do uzyskania | Ocena |
| mniej niż 40% | 1 |
| 40–49% | 2 |
| 50–74% | 3 |
| 75–89% | 4 |
| 90–99% | 5 |
| 100% + punkty za zadanie dodatkowe | 6 |

1. W czasie semestru stawiane mogą być również plusy i minusy. Trzy plusy dają ocenę bardzo dobrą, trzy minusy – ocenę niedostateczną. Plusami i minusami oceniane mogą być:

* praca ucznia na lekcji – wypowiedzi ustne, aktywność i zaangażowanie, wyróżniająca się wypowiedź (plus), kompletny brak zaangażowania, niewykonywanie poleceń (minus);
* prace domowe – wyróżniające się wykonanie zadania domowego (plus), brak pracy domowej (minus);
* prowadzenie zeszytu (zeszyt jest kontrolowany 2–3 razy w trakcie semestru) – wyjątkowo dobrze prowadzony zeszyt (plus), brak zeszytu na lekcji (minus);
* zadania dodatkowe – bardzo dobre wykonanie (plus).

1. Na podstawie otrzymanych w trakcie semestru stopni wystawiana jest łączna ocena za cały semestr.

Zadaniem każdego nauczyciela jest opracowanie na początku roku szkolnego Przedmiotowego Systemu Oceniania zgodnego z Wewnątrzszkolnym Systemem Oceniania. Obydwa dokumenty powinny uwzględniać specyfikę szkoły, środowisko uczniów, profil klasy itp. Szczegółowe zasady oceniania wewnątrzszkolnego określa statut szkoły, z uwzględnieniem przepisów zawartych w Ustawie o systemie oświaty (Dz.U. z 2018 r., poz. 1457) oraz rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 3 sierpnia 2017 r. w sprawie oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy w szkołach publicznych (Dz.U. z 2017 r., poz. 1534).

W następnej sekcji zaprezentowano katalog osiągnięć koniecznych absolwenta liceum/technikum – dla zakresu podstawowego oraz zakresu podstawowego i rozszerzonego.

# Osiągnięcia konieczne absolwenta szkoły liceum/technikum

**Zakres podstawowy**

**Uczeń powinien znać następujące pojęcia, własności i algorytmy:**

* w klasie I dotyczące: liczb rzeczywistych, przedziałów liczbowych, funkcji, funkcji liniowej, równań i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, równoległości i prostopadłości prostych, wielokątów podobnych, twierdzenia Talesa;
* w klasie II dotyczące: funkcji kwadratowej, równań i nierówności kwadratowych, równań wielomianowych i wymiernych, trójkątów prostokątnych, funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, kątów wpisanego i środkowego opartych na tym samym łuku, okręgu opisanego na trójkącie i wpisanego w trójkąt, twierdzenia cosinusów;
* w klasie III dotyczące: funkcji wykładniczej i logarytmicznej, ciągów arytmetycznego i geometrycznego, równanie okręgu w postaci kanonicznej, odległości między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej oraz współrzędnych środka odcinka, symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych, statystyki;
* w klasie IV dotyczące: kombinatoryki, rachunku prawdopodobieństwa i stereometrii.

**Uczeń powinien umieć posługiwać się ww. pojęciami, własnościami i algorytmami, a ponadto:**

* stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.:
* korzystać z procentów w zadaniach związanych z podatkami, ubezpieczeniami, inflacją, lokatami bankowymi, kredytami itp.,
* dokonywać obliczeń miarowych: obwodów, pól, objętości, również w sytuacjach praktycznych,
* odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych;
* dobrać odpowiedni model matematyczny czy algorytm do prostej sytuacji problemowej z uwzględnieniem pewnych ograniczeń i zastrzeżeń oraz krytycznie ocenić uzyskane wyniki;
* stosować definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu problemów;
* przeprowadzić proste rozumowanie, dobierając argumenty potwierdzające jego poprawność;
* wykorzystywać w różnych sytuacjach urządzenia techniczne, takie jak: kalkulator, kalkulator graficzny, komputer.

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

**Uczeń powinien znać następujące pojęcia, własności i algorytmy:**

* w klasie I dotyczące: liczb rzeczywistych, przedziałów liczbowych, funkcji, funkcji liniowej i funkcji kwadratowej, równań i nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, równań i nierówności kwadratowych, wielokątów podobnych, twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do niego, równoległości i prostopadłości prostych, wektorów;
* w klasie II dotyczące: wzorów Viète’a, wielomianów, równań wielomianowych, wyrażeń wymiernych, równań i nierówności wymiernych, funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, funkcji wykładniczych i funkcji logarytmicznych, układów równań drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi, kątów w okręgu, okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt, czworokątów wpisanych w okrąg i czworokątów opisanych na okręgu, twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów;
* w klasie III dotyczące: funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta i zmiennej rzeczywistej, ciągów arytmetycznego i geometrycznego, granicy ciągu, szeregu geometrycznego, granicy funkcji, ciągłości i pochodnej funkcji, odległości między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej oraz współrzędnych środka odcinka, symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych, wektorów w układzie współrzędnych, równania okręgu, wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów, statystyki;
* w klasie IV dotyczące: kombinatoryki, wzoru dwumianowego Newtona, trójkąta Pascala, prawdopodobieństwa i stereometrii.

**Uczeń powinien umieć posługiwać się ww. pojęciami, własnościami i algorytmami, a ponadto:**

* posługiwać się pojęciami, własnościami i algorytmami dotyczącymi: liczb rzeczywistych, przedziałów liczbowych, funkcji, równań, nierówności i układów równań, ciągów, prawdopodobieństwa i figur geometrycznych wynikających z treści programu w zakresie rozszerzonym;
* stosować posiadaną wiedzę do rozwiązywania zadań praktycznych, np.:
* korzystać z procentów w zadaniach związanych z podatkami, ubezpieczeniami, inflacją, lokatami bankowymi, kredytami itp.,
* dokonywać obliczeń miarowych: obwodów, pól, objętości i przybliżać wyniki z zadaną dokładnością,
* odczytywać i analizować informacje z tabel, diagramów i wykresów, wyznaczać i interpretować liczby charakteryzujące zestawy danych;
* formułować zależności, wyciągać wnioski i uzasadniać ich prawdziwość;
* dobrać odpowiedni model matematyczny czy algorytm do sytuacji problemowej i weryfikować uzyskane wyniki;
* stosować definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu problemów;
* argumentować i przeprowadzać rozumowanie dedukcyjne oraz uzasadniać jego poprawność;
* wykorzystywać w różnych sytuacjach takie urządzenia techniczne, jak kalkulator, kalkulator graficzny, komputer.

Ramowy rozkład materiału w liceum

**Zakres podstawowy**

**KLASA I (90 h)**

1. Liczby rzeczywiste 15
2. Język matematyki 17
3. Układy równań 12
4. Funkcje 12
5. Funkcja liniowa 15
6. Planimetria 9
7. Funkcja kwadratowa 7

Godziny do dyspozycji nauczyciela 3

**KLASA II (120 h)**

1. Funkcja kwadratowa 24
2. Wielomiany 16
3. Funkcja wymierna 17
4. Trygonometria 24
5. Planimetria 21

Godziny do dyspozycji nauczyciela 15

**KLASA III (90 h)**

1. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne 23
2. Geometria analityczna 17
3. Ciągi 25
4. Statystyka 7

Godziny do dyspozycji nauczyciela 19

**KLASA IV (112 h)**

1. Rachunek prawdopodobieństwa 20
2. Graniastosłupy i ostrosłupy 20
3. Bryły obrotowe 12
4. Dowody w algebrze i geometrii 9

Godziny do dyspozycji nauczyciela 51

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

**KLASA I (120 h)**

1. Liczby rzeczywiste 22
2. Język matematyki 22
3. Układy równań 12
4. Funkcje 18
5. Funkcja liniowa 19
6. Planimetria 15
7. Funkcja kwadratowa 12

**KLASA II (150 h)**

1. Zastosowania funkcji kwadratowej 26
2. Wielomiany 26
3. Funkcje wymierne 24
4. Trygonometria 20
5. Planimetria 27
6. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne 24

Godziny do dyspozycji nauczyciela 3

**KLASA III (150 h)**

1. Funkcje trygonometryczne 28
2. Geometria analityczna 23
3. Ciągi 34
4. Rachunek różniczkowy 35
5. Statystyka 7

Godziny do dyspozycji nauczyciela 23

**KLASA IV (168 h)**

1. Rachunek prawdopodobieństwa 30
2. Graniastosłupy i ostrosłupy 24
3. Bryły obrotowe 15
4. Dowody w algebrze i geometrii 8

Godziny do dyspozycji nauczyciela 91

Ramowy rozkład materiału w technikum

**Zakres podstawowy**

**KLASA I (60 h)**

1. Liczby rzeczywiste 15
2. Język matematyki 17
3. Układy równań 12
4. Funkcje 13

Godziny do dyspozycji nauczyciela 3

**KLASA II (90 h)**

1. Funkcja liniowa 15
2. Planimetria 21
3. Funkcja kwadratowa 26
4. Wielomiany 16

Godziny do dyspozycji nauczyciela 12

**KLASA III (90 h)**

1. Funkcja wymierna 17
2. Trygonometria 24
3. Planimetria 14
4. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne 25

Godziny do dyspozycji nauczyciela 5

**KLASA IV (90 h)**

1. Geometria analityczna 17
2. Ciągi 25
3. Statystyka 7
4. Rachunek prawdopodobieństwa 20

Godziny do dyspozycji nauczyciela 21

**KLASA V (84 h)**

1. Graniastosłupy i ostrosłupy 20
2. Bryły obrotowe 12
3. Dowody w algebrze i geometrii 9

Godziny do dyspozycji nauczyciela 43

**Zakres podstawowy i rozszerzony**

**KLASA I (90 h)**

1. Liczby rzeczywiste 20
2. Język matematyki 21
3. Układy równań 12
4. Funkcje 18
5. Funkcja liniowa 19

**KLASA II (120 h)**

1. Planimetria 13
2. Funkcja kwadratowa 36
3. Wielomiany 25
4. Funkcje wymierne 23
5. Trygonometria 20

Godziny do dyspozycji nauczyciela 13

**KLASA III (120 h)**

1. Planimetria 27
2. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne 26
3. Funkcje trygonometryczne 28
4. Geometria analityczna 23
5. Statystyka 8

Godziny do dyspozycji nauczyciela 8

**KLASA IV (120 h)**

1. Ciągi 36
2. Rachunek różniczkowy 38
3. Rachunek prawdopodobieństwa 30

Godziny do dyspozycji nauczyciela 16

**KLASA V (140 h)**

1. Graniastosłupy i ostrosłupy 27
2. Bryły obrotowe 17
3. Dowody w algebrze i geometrii 12

Godziny do dyspozycji nauczyciela 84