

# Egzamin ósmoklasisty z matematyki w roku 2025

## Najważniejsze informacje

- termin egzaminu z matematyki: [14 maja 2025 r. – godz. 9:00](#)
- czas trwania: 100 minut
- liczba zadań: **20–21** (14–15 zadań zamkniętych oraz 5–6 zadań otwartych)
- maksymalna liczba punktów do uzyskania: **30** (14–15 punktów za zadania zamknięte oraz 15–16 punktów za zadania otwarte)
- na egzaminie obowiązują wymagania określone w podstawie programowej opublikowanej 28 czerwca 2024 r. **do punktu „XIV. Długość okręgu i pole koła” włącznie** (po egzaminie może zostać zrealizowany dział „XV. Symetrie”)

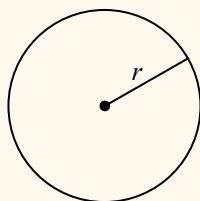
## Repetytorium „Teraz egzamin ósmoklasisty. Matematyka”, wydanie 2024

Na kolejnych stronach zamieszczamy materiały pomagające w przygotowaniach do egzaminu ósmoklasisty z zagadnień zawartych w punkcie „XIV. Długość okręgu i pole koła”. Dotychczas treści te mogły być omawiane po egzaminie.

wrzesień 2024

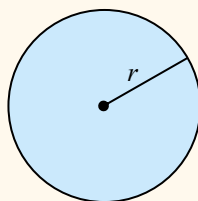
## Długość okręgu i pole koła

### Długość okręgu



$L$  – długość okręgu  
 $L = 2\pi r$

### Pole koła



$P$  – pole koła  
 $P = \pi r^2$

$r$  – promień

$$\pi \approx 3,14 \text{ lub } \pi \approx \frac{22}{7}$$

## Przykłady i ćwiczenia

### Przykład 1

Oblicz dokładną oraz przybliżoną długość okręgu o promieniu  $r = 13$  cm.

Przyjmij  $\pi \approx 3,14$ .

#### Rozwiązanie

$$L = 2\pi \cdot 13 = 26\pi \text{ [cm]}$$

$$L \approx 26 \cdot 3,14 = 81,64 \text{ [cm]}$$

Długość tego okręgu jest równa  $26\pi$  cm, czyli w przybliżeniu 81,64 cm.

### Ćwiczenie 1

Oblicz dokładną oraz przybliżoną długość okręgu o promieniu  $r = 29$  cm.

Przyjmij  $\pi \approx 3,14$ .

### Przykład 2

Oblicz promień i średnicę okręgu o długości  $84\pi$  m.

#### Rozwiązanie

$r$  – promień okręgu (w metrach)

$$L = 2\pi r$$

$$2\pi r = 84\pi \quad | : \pi$$

$$2r = 84 \text{ [m]} \quad | : 2$$

$2r$  – średnica okręgu

$$r = 42 \text{ [m]}$$

Promień tego okręgu jest równy 42 m, a średnica wynosi 84 m.

### Ćwiczenie 2

Oblicz promień i średnicę okręgu o długości  $35\pi$  m.

### Przykład 3

Oblicz pole powierzchni lustra wody w fontannie, które jest kołem o promieniu  $r = 4,5$  m. Podaj wynik w przybliżeniu do części dziesiątych metra kwadratowego.

### Rozwiązanie

Pole koła o promieniu  $r = 4,5$  m jest równe:

$$P = \pi r^2 = \pi \cdot 4,5^2 = 20,25\pi \text{ [m}^2\text{]}$$

$$P \approx 20,25 \cdot 3,14 = 63,585 \approx 63,6 \text{ [m}^2\text{]}$$

Pole powierzchni lustra wody w tej fontannie jest równe w przybliżeniu  $63,6 \text{ m}^2$ .

### Ćwiczenie 3

Oblicz pole powierzchni klombu w kształcie koła o promieniu  $r = 6,2$  m. Podaj wynik w przybliżeniu do części dziesiątych metra kwadratowego.

### Przykład 4

Oblicz promień koła, którego pole jest równe  $3\frac{1}{16}\pi \text{ cm}^2$ .

### Rozwiązanie

$r$  – promień koła

$$P = \pi r^2$$

$$\pi r^2 = 3\frac{1}{16}\pi \quad | : \pi$$

$$r^2 = 3\frac{1}{16}$$

$$r^2 = \frac{49}{16}$$

$$r = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4} \text{ [cm]}$$

Promień tego koła jest równy  $1\frac{3}{4} \text{ cm}$ .

### Ćwiczenie 4

Oblicz promień koła, którego pole jest równe  $1,44\pi \text{ cm}^2$ .

### Przykład 5

Oblicz:

- a) dokładne i przybliżone pole koła, którego obwód jest równy  $38\pi$  cm,
- b) dokładny i przybliżony obwód koła o polu  $81\pi$  m<sup>2</sup>.

Przyjmij  $\pi \approx 3,14$ .

### Rozwiązanie

Oznaczamy:

promień koła literą  $r$ ,

obwód koła literą  $L$ ,

a pole koła – literą  $P$ .

- a) Obliczamy promień koła.

$$L = 2\pi r$$

$$2\pi r = 38\pi \quad | : \pi$$

$$2r = 38 \quad | : 2$$

$$r = 19 \text{ [cm]}$$

Obliczamy pole koła.

$$P = \pi r^2 = \pi \cdot 19^2 = 361\pi \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$P \approx 361 \cdot 3,14 = 1133,54 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Pole tego koła jest równe  $361\pi$  cm<sup>2</sup>,  
czyli w przybliżeniu 1133,54 cm<sup>2</sup>.

- b) Obliczamy promień koła.

$$P = \pi r^2$$

$$\pi r^2 = 81\pi \quad | : \pi$$

$$r^2 = 81$$

$$r = \sqrt{81}$$

$$r = 9 \text{ [m]}$$

Obliczamy obwód koła.

$$L = 2\pi r = 2\pi \cdot 9 = 18\pi \text{ [m]}$$

$$L \approx 18 \cdot 3,14 = 56,52 \text{ [m]}$$

Obwód tego koła jest równy  $18\pi$  m, czyli  
w przybliżeniu 56,52 m.

### Ćwiczenie 5

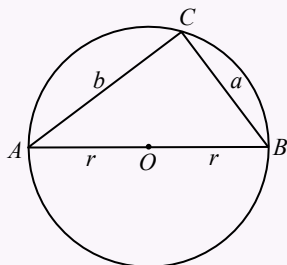
Oblicz:

- a) dokładne i przybliżone pole koła, którego obwód jest równy  $56\pi$  m,
- b) dokładny i przybliżony obwód koła o polu  $64\pi$  cm<sup>2</sup>.

Przyjmij  $\pi \approx 3,14$ .

### Przykład 6

Na okręgu o długości  $20\pi$  cm i średnicy  $AB$  umieszczono punkt  $C$  tak, że odcinek  $BC$  ma długość 12 cm i jest o 25% krótszy od odcinka  $AC$ .



Oblicz obwód trójkąta  $ABC$ .

### Rozwiązanie

$r$  – promień okręgu

$$AB = 2r$$

$$BC = a = 12 \text{ cm oraz}$$

$BC$  ma długość równą 75% długości  $AC$

$$AC = b$$

Obliczamy długość boku  $AB$ .

$$L = 2\pi r$$

$$2\pi r = 20\pi \quad | : \pi$$

$$2r = 20, \text{ więc}$$

$$AB = 20 \text{ [cm]} \text{ (bo } AB = 2r)$$

Obliczamy długość boku  $AC$ .

$$\frac{3}{4}b = a$$

$$\frac{3}{4}b = 12 \quad | : \frac{3}{4}$$

$$b = 12 \cdot \frac{4}{3}$$

$$b = 16 \text{ [cm]}$$

$$AC = 16 \text{ [cm]}$$

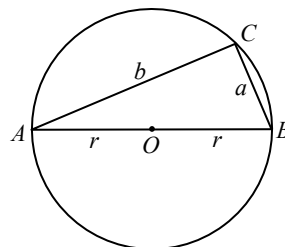
Obliczamy obwód trójkąta  $ABC$ .

$$L_{ABC} = 20 \text{ cm} + 12 \text{ cm} + 16 \text{ cm} = 48 \text{ cm}$$

Obwód trójkąta  $ABC$  jest równy 48 cm.

### Ćwiczenie 6

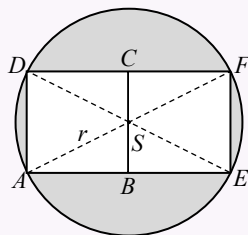
Na okręgu o długości  $26\pi$  cm i średnicy  $AB$  umieszczono punkt  $C$  tak, że odcinek  $AC$  ma długość 24 cm i jest o 140% dłuższy od odcinka  $BC$ .



Oblicz obwód trójkąta  $ABC$ .

### Przykład 7

Kwadraty  $ABCD$  i  $BEFC$  – każdy o polu  $20 \text{ cm}^2$  umieszczono tak, że odcinki  $AF$  i  $DE$  są średnicami okręgu o środku  $S$ .



Oblicz przybliżone pole zacieniowanej figury. Przyjmij  $\pi \approx 3,14$ .

### Rozwiązanie

Oznaczamy:

$a$  – długość boku kwadratu,

$r$  – promień koła.

Z twierdzenie Pitagorasa dla trójkąta  $AEF$ :

$$AF^2 = AE^2 + EF^2$$

Ponieważ  $AE = 2a$ ,  $EF = a$ ,  $AF = 2r$ , więc

$$(2r)^2 = (2a)^2 + a^2$$

$$4r^2 = 4a^2 + a^2$$

$$4r^2 = 5a^2$$

Z treści zadania wiemy, że  $a^2 = 20 \text{ cm}^2$ , więc

$$4r^2 = 5 \cdot 20$$

$$4r^2 = 100 \quad |:4$$

$$r^2 = 25$$

$$r = 5 \text{ [cm]}$$

Pole zacieniowanej figury jest równe

$$P = \pi r^2 - P_{AEFD}$$

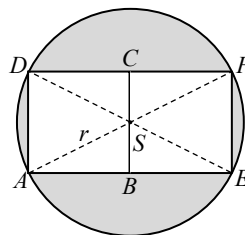
$$P = \pi \cdot 5^2 - 2 \cdot 20 = 25\pi - 40$$

$$P \approx 25 \cdot 3,14 - 40 = 38,5 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Pole zacieniowanej figury jest równe w przybliżeniu  $38,5 \text{ cm}^2$ .

### Ćwiczenie 7

Kwadraty  $ABCD$  i  $BEFC$  – każdy o polu  $80 \text{ cm}^2$  umieszczono tak, że odcinki  $AF$  i  $DE$  są średnicami okręgu o środku  $S$ .



Oblicz przybliżone pole zacieniowanej figury. Przyjmij  $\pi \approx 3,14$ .

## Zadania

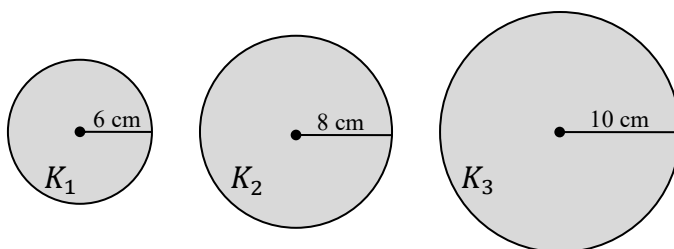
- 1 Jaką długość ma okrąg ograniczający koło o polu  $36\pi \text{ cm}^2$ ?

A.  $6\pi \text{ cm}$       B.  $12\pi \text{ cm}$       C.  $18\pi \text{ cm}$       D.  $24\pi \text{ cm}$

- 2 Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

|                                                                                            |          |          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| Okrąg o promieniu $r = 17 \text{ cm}$ ma długość większą niż 1 metr.                       | <b>P</b> | <b>F</b> |
| Średnica okręgu o długości $64\pi \text{ cm}$ jest o $32 \text{ cm}$ dłuższa od promienia. | <b>P</b> | <b>F</b> |

- 3 Dane są koła  $K_1, K_2, K_3$  o promieniach  $r_1 = 6 \text{ cm}, r_2 = 8 \text{ cm}, r_3 = 10 \text{ cm}$ .

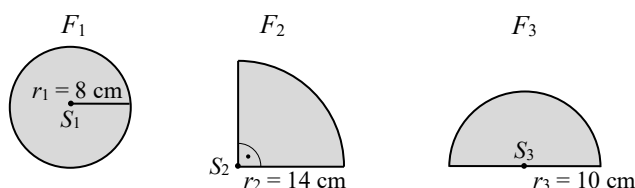


Czy suma pól kół  $K_1$  i  $K_2$  jest większa od pola koła  $K_3$ ?

Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C.

|          |      |          |           |                                                                    |
|----------|------|----------|-----------|--------------------------------------------------------------------|
| <b>T</b> | Tak, | ponieważ | <b>A.</b> | $6 + 8 > 10$                                                       |
|          |      |          | <b>B.</b> | suma obwodów kół $K_1$ i $K_2$ jest większa od obwodu koła $K_3$ . |
| <b>N</b> | Nie, |          | <b>C.</b> | $6^2 + 8^2 = 10^2$                                                 |

- 4 Figura  $F_1$  jest kołem o środku  $S_1$  i promieniu  $r_1$ . Figura  $F_2$  jest częścią koła o środku  $S_2$  i promieniu  $r_2$ . Figura  $F_3$  jest połową koła o środku  $S_3$  i promieniu  $r_3$ .

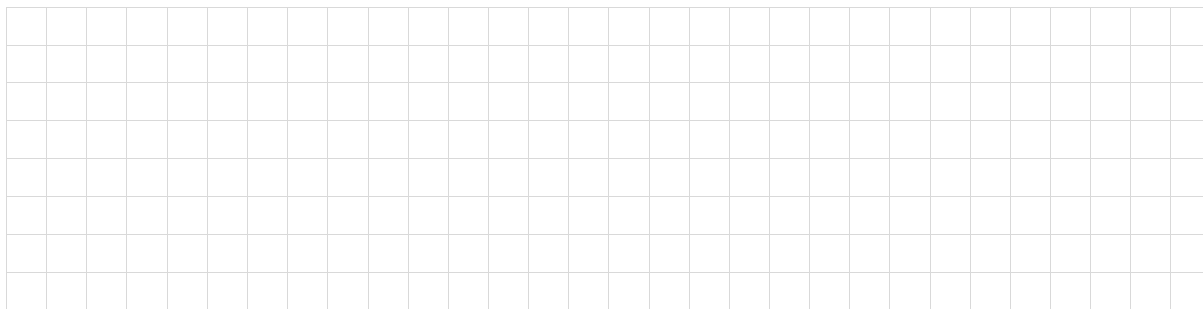


Niech  $P_1, P_2, P_3$  oznaczają odpowiednio pola tych figur.

W którym punkcie zapisano te pola uporządkowane od najmniejszego do największego?

- A.  $P_1 < P_2 < P_3$   
 B.  $P_2 < P_3 < P_1$   
 C.  $P_3 < P_1 < P_2$   
 D.  $P_2 < P_1 < P_3$

- 5 Na spokojnej powierzchni wody rozlał się olej i utworzył plamę w kształcie koła o średnicy 26 m. Ile wynosi pole powierzchni tej plamy? Podaj wynik z dokładnością do części dziesiątych metra kwadratowego.



- 6 Koniec wskazówki minutowej porusza się po okręgu o promieniu  $R = 9$  cm, a koniec wskazówki godzinowej – po okręgu o promieniu  $r = 7$  cm. O ile dłuższą drogę przebędzie w ciągu 1 godziny koniec wskazówki minutowej od końca wskazówki godzinowej?

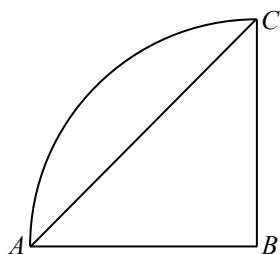


## Zadania egzaminacyjne

### Zadanie 1. (0–1)

CKE kwiecień 2019

Pole ćwiartki koła przedstawionej na rysunku jest równe  $4\pi$  cm<sup>2</sup>.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta  $ABC$  jest równe

A. 4 cm<sup>2</sup>

B. 8 cm<sup>2</sup>

C. 16 cm<sup>2</sup>

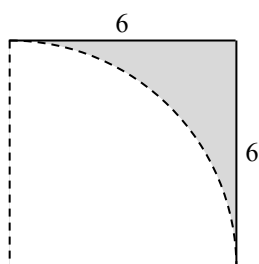
D. 32 cm<sup>2</sup>



**Zadanie 2. (0-1)**

CKE kwiecień 2017

Z kartki w kształcie kwadratu o boku 6 odcięto ćwierć koła o promieniu 6 (patrz rysunek).



**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Pole powierzchni pozostałej zacieniowanej części kartki jest równe

A.  $144 - 12\pi$

B.  $144 - 36\pi$

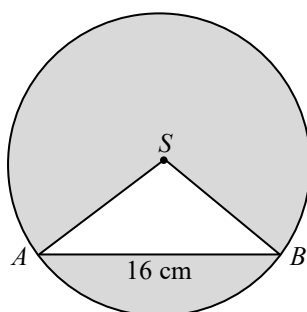
C.  $36 - 3\pi$

D.  $36 - 9\pi$

**Zadanie 3. (0-3)**

CKE sierpień 2024

Na okręgu o środku  $S$  i promieniu  $r = 10$  cm zaznaczono punkty  $A$  i  $B$ , takie że odcinek  $AB$  ma długość 16 cm. Następnie dorysowano odcinki  $AS$  i  $BS$  (zobacz rysunek).



**Oblicz pole zacieniowanej figury. W obliczeniach przyjmij  $\pi \approx 3,14$ . Zapisz obliczenia.**

